

TEMA 3 -Cálculo-

HOJA N^o7

(04 – 04 – 2011)

44. Calcula las siguientes integrales dobles por iteración

$$\int_1^2 \int_0^1 (2xy) dx dy \quad \int_{-1}^1 \int_0^3 (x^2 + y^2) dx dy \quad \int_1^2 \int_0^1 (4 - x - y) dx dy$$

$$\int_1^2 \int_0^{x^2} (x + y) dy dx \quad \int_0^{\sqrt{2}} \int_{x^2}^{4-x^2} (x - y^2) dy dx \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_2^{4 \cos \alpha} r^3 dr d\alpha$$

45. Calcula por iteración las siguientes integrales dobles en la región R

a) $\int \int_R xy(x + y) dx dy$ siendo $R = [0, 1] \times [0, 1]$

b) $\int \int_R (\sen^2 x)(\sen^2 y) dx dy$ siendo $R = [0, \pi] \times [0, \pi]$

c) $\int \int_R \sen(x + y) dx dy$ siendo $R = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$

46. Sea f una función definida en $R = [1, 2] \times [1, 4]$ como sigue, determina $\int_R f$

$$f(x, y) = \begin{cases} (x + y)^{-2} & \text{si } x \leq y \leq 2x \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

47. Mediante una integral doble, calcula el área de la región del primer cuadrante

comprendida entre las curvas:

$$y^2 = 2x, \quad 2x + y = 20, \quad y = 0$$

48. Dibuja la región de integración y calcula las siguientes integrales

$$\int_1^2 \int_0^{x^2} (x + y) dy dx \quad \int_0^{\sqrt{2}} \int_{x^2}^{4-x^2} (x - y^2) dy dx$$

49. Describe la región de integración y calcula la integral doble en los siguientes casos

a) $\int_{-1}^1 \int_{x+1}^{x^2} (3x + 2y) dy dx$

b) $\int_0^1 \int_{y^2}^{2y} (4x - y) dx dy$

c) $\int_0^1 \int_{-y-1}^{y-1} (x^2 + y^2) dx dy$

TEMA 3 -Cálculo-

HOJA N^o8

(04 – 04 – 2017)

50.(Ex.) Dada la integral doble $\int_0^{2x} \int_{x^2}^{2x} (4x + 2) dy dx$. Se pide:

- a) Esboza gráficamente la región R a la que se refiere la integral doble
- b) Calcula dicha integral doble.
- c) Plantea, sin calcular, cómo queda dicha integral doble cuando se cambia el orden de integración.

51. Utilizando una integral doble, calcula el volumen del sólido limitado por el paraboloido $z = 4 - x^2 - 2y^2$ y el plano xy .

52. Calcula el volumen del sólido del primer octante limitado por

$$x = 0, y = 0, z = 0$$
$$x^2 + y^2 = 1, z = 3 - x - y$$

53. Halla el volumen del sólido del primer octante limitado por las gráficas de

$$x^2 + z^2 = 16, x = 0, x = 2, y = 0, y = 5$$

54. Halla el volumen del sólido del primer octante limitado por las gráficas de

$$y = x, y = x - 2, y = 1, y = 3, z = 0, z = 5$$

55. Calcula

$$\int_0^1 \int_0^{(1-x)} \int_0^{(2-x)} xyz \, dz \, dy \, dx$$

56. Halla

$$\int_0^4 \int_0^3 \int_0^{(2-\frac{2x}{3})} xyz \, dz \, dy \, dx$$

57. Calcula mediante una integral triple del volumen del sólido limitado por

$$x = y^2, 4 - x = y^2, z = 0, z = 3$$

58. A partir de una integral triple, determina el volumen del sólido del primer octante limitado por

$$z = 1 - y^2, y = 2x, x = 3$$

59. Calcula $\iint_R dA$ donde R es la región en el primer cuadrante limitada por la parábola semicúbica $y^2 = x^3$ y la recta $y = x$

60. Calcula $\iint_R dA$ donde R es la región entre $y = 2x$ e $y = x^2$ que queda a la izquierda de $x = 1$

61. Calcula $\iint_R x^2 dA$ donde R es la región acotada por $y = x, y = 2x$ y $x = 2$